

图神经网络及其变体研究综述

摘要

通过对几篇论文的详细阅读与理解，我完成了本篇综述论文的撰写，并对图神经网络 GNN[1]及其部分变体，包括图卷积网络 GCN[2]、图采样神经网络 GraphSAGE[3]、注意力图神经网络 GAT[4]、图循环网络 GGNN[5]和图循环神经网络 HGNN[6]模型的基本概念、核心结构和应用领域进行了深入分析与全面研究，总结了这些论文作者的研究方法和他们研发的模型所实现的功能及应用，并给出了自己对于 GNN 未来的发展与研究方向的理解。

关键词：机器学习，深度学习，图神经网络

1. 引言

随着信息时代的发展，我们面临着越来越复杂的数据网络，而这些复杂网络中的实体和关系往往呈现出错综复杂的图结构。在这个背景下，传统的神经网络模型往往难以捕捉和理解图数据中的关键信息。因此，图神经网络 GNN 崛起并成为了一个引人注目的研究领域。通过深入剖析图神经网络的发展背景和基本定义，我将探讨为何图神经网络在处理复杂的图结构数据时备受关注。在各种应用领域中，图神经网络都为我们提供了一种全新的思维范式，同时也为理解和挖掘图数据中的潜在模式、规律提供了强有力的工具。例如，在电子商务中，基于图的学习系统可以利用用户与产品之间的交互来进行高度准确的推荐；在化学领域，分子被建模为图，需要确定它们的生物活性以进行药物发现；在引文网络中，论文通过引用关系相互链接，需要被归类到不同的群组中[7]。可以说，图神经网络的出现和发展不仅推动了计算机科学、人工智能和数据科学领域的前沿研究，更为实际应用场景中的图数据分析提供了前所未有的解决方案。图 1 是 GNN 近年的发展脉络。

本文将着重研究图神经网络的理论基础、模型结构及其所衍生的各种变体，其中每种变体都在图数据处理的特定场景中展现出独特的优势和应用价值。例如，GCN 通过卷积操作在图上进行信息传播；GraphSAGE 通过图采样策略实现对节点特征的聚合；GAT 则利用注意力机制更灵活地捕捉节点之间的关系；GGNN 则专注于处理动态图数据；而 HGNN 则在超图结构中表现出色。这些不同的变体为解决各种图数据相关问题提供了多样化的选择，使得图神经网络在不同应用场景中都能够发挥其优势。对于图神经网络最初本体的详细讨论主要集中在第 2 节，而其变体的讨论在 3~7 节，第 8 节则阐述了 GNN 相关领域的未来研究方向，最后在第 9 节中给出了本篇综述的总结。

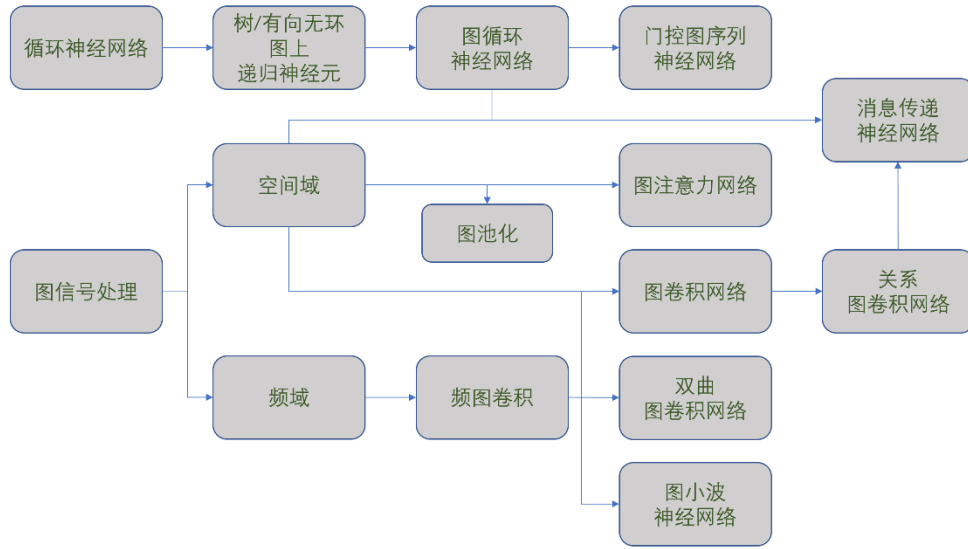


图 1 GNN 发展脉络

2. 背景和定义

2.1 背景

对于图神经网络 GNN（Graph Nerual Network）发展的历史最早可以追溯到上世纪七八十年代的图理论以及神经网络的初期研究，那时图理论和神经网络的研究在各自独立发展。早期的神经网络主要关注处理向量数据，而图理论主要用于解决网络 and 关系数据的问题。这个时期并没有明显的图神经网络概念，但研究者们开始尝试将图理论和神经网络方法相结合。直到 1997 年，Sperduti 等人[8]首先将神经网络应用于有向无环图，形成了图神经网络早期的雏形；最终在 2005 年 Gori 等人[9]正式提出了图神经网络这一概念。然而，受到各种因素的影响，图神经网络的真正发展直到近 2010 年才得以开始。在这之前，研究人员的计算资源相对有限，尤其是对于需要大规模训练的深度学习模型而言。图神经网络通常需要处理大规模的图结构数据，这就需要更强大的计算能力。此外，在早期规模大而丰富的图数据集是比较稀缺的，而深度学习方法在很大程度上依赖于大规模数据集的训练。不仅如此，当时的人们对于图结构数据在实际应用中的潜力认知相对较低，那时主流的深度学习应用主要集中在图像、语音、自然语言处理等领域，而对于图结构数据的关注度相对较低，导致了研究人员对图神经网络的研究缺乏足够的动力。然而，随着时间的推移，这些问题都慢慢得到了解决。在 Scarselli 等人于 2009 年[1]正式提出图神经网络模型之后，人们重新开始审视图神经网络这一技术，并意识到了图结构数据在深度学习领域具有十分强大的潜力，使得图神经网络能够成为当今深度学习领域的热门研究方向之一。

2.2 定义

首先，我将简单阐述图这一数据结构的定义，然后解释图神经网络模型关于学习和训练的基本定义。

以 $G=(V,E)$ 表示一个图，其中 V 表示节点集， E 表示边集，令 $v_i \in V$ 表示一个节点， $e_{ij} \in (v_i, v_j)$ 表示一条边，节点 v 的邻域则可以表示为 $N(v)=\{u \in V | (v,u) \in E\}$ 。一般来说，图分为以下几种：

- **有向图/无向图**。有向图是所有边都从一个节点指向另一个节点的图。无向图可以视为有向图的一种特殊情况，当两个节点连通时，存在一对方向相反的边。对于无向图，节点 v_i 的度表示与 v_i 相关联的边的数量，表示为 $D(v_i) = \{e_{ij} \in E | v_i \in (v_i, v_j)\}$ ；对于有向图，度分为入度和出度，分别表示指向节点 v_i 和从节点 v_i 出发的边的数量，表示为 $D_{in}(v_i) = \{e_{ij} \in E | v_i = v_j\}$ 和 $D_{out}(v_i) = \{e_{ij} \in E | v_j = v_i\}$ 。

- **同构图/异构图**。同构图由一种类型的节点和边组成，异构图则有多种类型的节点或边。

- **稀疏图/稠密图**。当图的边数相对较少时，称为稀疏图；当图的边数相对较多时，称为稠密图。

- **超图**。超图是图的泛化，其一条边可以连接任意数量的顶点。

在给定图数据的情况下，GNN 模型节点表示学习方法的主要思想是在传播过程中迭代地聚合来自邻域的特征信息，并将聚合信息与当前中心节点的表示进行整合。从网络体系结构来看，GNN 堆叠了多个传播层，包括聚合和更新操作[1]。其中传播的公式定义为：

$$\text{聚合: } n_v^{(l)} = \text{Aggregator}_l(\{h_u^{(l)}, \forall u \in N_v\})$$

$$\text{更新: } h_v^{(l+1)} = \text{Updater}_l(h_v^{(l)}, n_v^{(l)})$$

式中， $h_u^{(l)}$ 为节点 u 在第 l 层的表示， Aggregator_l 和 Updater_l 分别表示第 l 层的聚合操作和更新操作函数。这两个过程的迭代堆叠形成了整个图神经网络。通过不断迭代聚合和更新过程，每一层的节点表示逐渐融入更多的邻域信息，使得模型能够捕捉图中节点的高层次特征和结构信息。这种迭代过程能够有效地传播信息，使得每个节点的表示逐渐收敛到全局上下文中。

GNN 的训练主要包括节点分类和连接预测两个任务。在节点分类任务中，每个节点都被分配一个类别标签。模型的目标是通过学习节点的表示，将节点分配到正确的类别中。在链接预测任务中，模型的目标是预测图中节点之间是否存在连接。这可以用于探索图中的隐含关系，进行推荐等应用。这些任务的训练过程通过监督学习的方式，驱使 GNN 学习节点表示，使其能够更好地捕捉图中的结构和信息，从而在实际应用中提供有意义的预测和推断。

GNN 在推动图数据领域的研究和应用取得了显著的优势，局部信息聚合、学习节点嵌入和可迭代的信息传递等技术使得其在社交网络分析、推荐系统和生物信息学等多个领域取得了成功的应用。以推荐系统为例：在推荐场景中，用户和商品之间的复杂交互可被视为图，其中节点表示用户和商品，边表示交互关系。GNN 能够有效捕捉用户行为和商品关联的高阶模式，通过学习节点嵌入实现个性化推荐。与传统方法相比，GNN 能更灵活地处理异构信息，适应不同类型节点和边，这使得 GNN 在推荐系统中能够更准确、个性化地捕捉用户兴趣，提高推荐效果[10]。图 2 是推荐系统中的代表性图结构。

但在面对日益复杂的图结构时，传统的 GNN 模型逐渐显得捉襟见肘。例如，GNN 通常假定节点的邻域关系是固定的，这导致其对于动态图和超图等情况难以适应；GNN 主要专注于处理同构图，对于异构图则缺乏通用性；由于每一层的信息聚合受限于节点的邻域，GNN 捕捉长距离依赖关系的效率低下，严重影响部分任务的性能。这些问题也为后来 GNN 变体的发展埋下了铺垫。

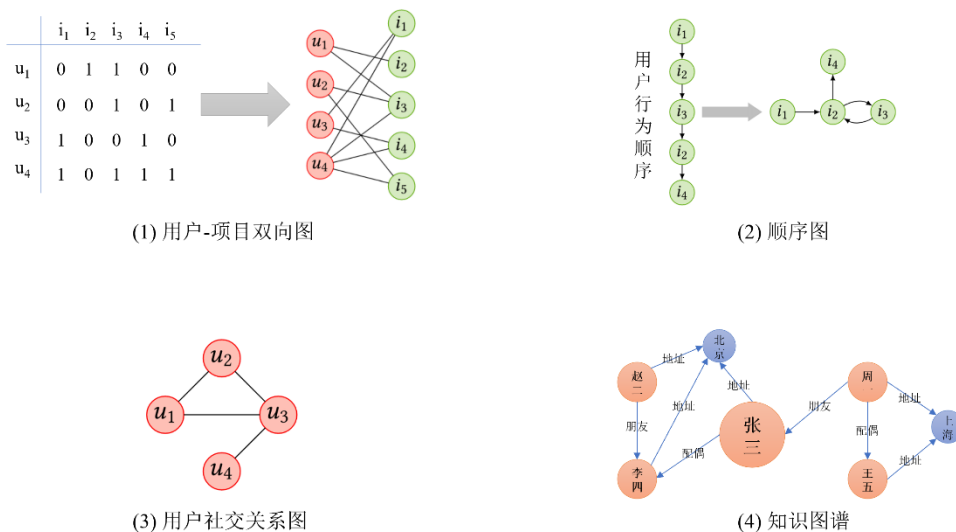


图 2 推荐系统中的代表性图结构

3. GCN (Graph Convolutional Network)

GCN 可以理解作为一种在图结构上进行卷积操作的 GNN，相比传统的 GNN 在数学形式和梯度传播等方面做了一些改进，使得它在学习图数据表示时更加稳健和高效[2]。这些改进包括以下几点：

- **局部信息聚合。** GNN 通常通过对邻域节点进行信息聚合，而 GCN 采用了拉普拉斯卷积的方式进行信息聚合，这使得后者在学习节点表示时更注重局部邻域节点的贡献。
- **梯度传播。** GCN 以对称归一化操作的数学形式存在，有助于梯度的稳定传播并利于训练更深的网络，使得其与 GNN 相比更容易处理梯度传播。
- **参数共享。** GCN 中的卷积核是共享的，这意味着每个节点在每一层都使用相同的权重矩阵。这种参数共享有助于减少模型参数量，提高模型的训练效率。

GCN 的学习过程近似于图拉普拉斯的一阶特征分解，迭代地聚合来自邻域的信息。具体来说，它通过如下包括聚合和更新两步的图卷积操作：

$$\text{聚合: } n_v^{(l)} = \sum_{j \in N_v} d_{vv}^{-\frac{1}{2}} a_{vj} d_{jj}^{-\frac{1}{2}} h_j^{(l)}$$

$$\text{更新: } h_v^{(l+1)} = \delta(W^{(l)} n_v^{(l)})$$

式中， $\delta(\cdot)$ 为非线性激活函数（类似 ReLU）， d 是 a 的对角矩阵， $W^{(l)}$ 为第 l 层的可学习变换矩阵， a_{vj} 为邻域权值（ $a_{vv}=1$ ），而 $d_{jj}=\sum_k a_{jk}$ 。

GCN 的训练过程大致分为输入、参数初始化、前向传播、损失计算、反向传播和迭代几步，其中在前向传播中引入了上述的图卷积操作，考虑了规范化的邻接矩阵和节点度的影响，并用于更新节点的表示。

GCN 适用于处理不规则的图结构，其中节点间的连接关系可以是任意的，不受规则网络的约束。此外，GCN 支持端到端学习，通过反向传播算法对模型参数进行优化，使得整个模型可以直接从原始数据中学习节点表示，而无需手动

设计特征。不仅如此，GCN 的图卷积操作具有可解释性，模型在每一层的节点表示可以解释为节点在图结构中的局部邻域特征的线性组合。以上种种优点使得 GNN 在处理图结构数据时能充分发挥深度学习的优势，使其在节点分类、连接预测、推荐系统、社区检测、生物信息学、语义分割、知识图谱和交通预测等领域得到了广泛的应用，是解决图数据挑战的有力工具。

4. GraphSAGE (Graph Sample and Aggregation)

在 GraphSAGE 模型被提出之前，基于图结构领域的深度学习方法基本都要求在嵌入的训练过程中所有图的节点都存在。这些方法本质上是转导性的，不会自发地推广到未见到过的节点，而 GraphSAGE 打破了这一限制。作为一个通用的、归纳的框架，GraphSAGE 利用节点特征信息（如文本属性）来高效生成节点嵌入。该模型不会为每个节点训练独立的嵌入，而是学习一个函数，通过从节点的局部邻域中进行采样和聚合来生成嵌入[3]。

GraphSAGE 引入了节点采样的概念，即对每个节点进行随机抽样一定数量的邻域节点，这种灵活的采样机制使得模型在处理大规模图时能降低计算和存储复杂度，从而提高可扩展性。采样的邻域节点的特征通过聚合机制以平均/和/最大池化聚合的方式进行整合并加以连接，具体实现如下：

$$\text{聚合: } n_v^{(l)} = \text{Aggregator}_l(\{h_u^l, \forall u \in N_v\})$$

$$\text{更新: } h_v^{(l+1)} = \delta(W^{(l)} \cdot [h_v^{(l)} \oplus n_v^{(l)}])$$

式中，Aggregator_l 表示第 l 层的聚合操作函数， $\delta(\cdot)$ 为非线性激活函数， $W^{(l)}$ 为第 l 层的可学习变换矩阵， \oplus 表示向量连接。

GraphSAGE 的灵活性和可扩展性使其成为处理大规模图数据的一种有效方法。它在保留图结构信息的同时，通过邻居采样和信息聚合降低了计算复杂度，使得对大型图的学习变得更为可行，并成功在多个领域实现应用：

- **节点分类。**GraphSAGE 在节点分类任务中取得了显著的成功。通过学习节点表示，模型能够有效地刻画节点之间的关系，从而实现准确的节点分类。
- **链接预测。**在链接预测任务中，GraphSAGE 通过学习节点表示，能够准确地预测图中节点之间是否存在连接关系，为社交网络、推荐系统等应用提供了有效的解决方案。
- **推荐系统。**GraphSAGE 在推荐系统中得到了广泛应用。通过学习用户和物品之间的复杂关系，模型能够提高推荐准确性，实现个性化推荐。
- **社区检测。**GraphSAGE 在社区检测中也取得了良好的效果。通过学习节点的表示，模型能够有效地发现图中的紧密连接的节点群体。

5. GAT (Graph Attention Network)

GAT 是一种在图结构数据上运行的神经网络架构，利用掩码自注意力层来解决先前基于图卷积或其近似方法的方法存在的缺点。通过堆叠层，其中节点能够关注其邻域特征，实现了对邻域中不同节点分配不同权重的能力，而无需任何昂贵的矩阵操作（如求逆）或事先了解图结构。通过这种方式，GAT 解决了基于频谱的图神经网络的若干关键挑战，并能够轻松适用于归纳和转导问题[4]。

所谓掩码自注意力层是一种注意力机制的层，通常用于处理序列数据，如自然语言处理中的文本序列。这种层允许模型在计算注意力时，仅考虑当前位置之前的信息，而不会考虑当前位置之后的信息，从而避免信息泄漏。在自注意力机制中，每个位置的输出是由所有位置的输入加权得到的，权重是通过计算输入位置之间的相关性得到的。而在一些任务中，我们通常不希望模型看到未来的信息，以避免数据泄漏，即模型在预测当前位置时不能依赖于未来的信息。掩码自注意力层的关键点在于引入一个掩码矩阵，将未来的信息屏蔽（置为负无穷或零），从而确保在计算注意力权重时只考虑当前位置之前的信息。这通常通过在计算注意力分数时应用一个掩码矩阵来实现。具体而言，掩码自注意力层的步骤如下：

- **计算注意力分数。**对于每个位置，计算与其他位置的相关性分数。
- **应用掩码。**使用一个掩码矩阵，将未来的位置上的注意力分数设置为负无穷或零，以防止未来信息的影响。
- **应用 softmax。**应用 softmax 函数将注意力分数转化为概率分布。
- **计算加权和。**将输入序列的各个位置的特征与计算得到的注意力权重相乘，并将结果相加，得到当前位置的输出。

GAT 假定邻居节点的影响既不相同，也不由图结构预先确定，而通过利用注意力机制来区分邻居的贡献，并关注其邻域来更新每个节点的向量：

$$\text{聚合: } n_v^{(l)} = \sum_{j \in N_v} \alpha_{vj} h_j^{(l)}, \alpha_{vj} = \frac{\exp(\text{Att}(h_v^{(l)}, h_j^{(l)}))}{\sum_{k \in N_v} \exp(\text{Att}(h_v^{(l)}, h_k^{(l)}))}$$

$$\text{更新: } h_v^{(l+1)} = \delta(W^{(l)} n_v^{(l)})$$

式中 $\text{Att}(\cdot)$ 是一个注意力函数，典型的 $\text{Att}(\cdot)$ 包括 LeakyReLU 层 ($a^T[W^{(l)}h_v^{(l)} \oplus W^{(l)}h_j^{(l)}]$) 等，其中 $W^{(l)}$ 为在第 l 个传播处转换节点的表示， a 是科学学习的参数。

GAT 在图数据上的灵活性和表达能力使其成为图神经网络领域的重要模型。它通过注意力机制，使得模型能够灵活地关注邻域节点的不同贡献，而不是采用固定权重，即允许每个节点动态地计算与其邻域节点之间的权重。这些优点使得 GAT 能适应复杂的图结构，能够处理不同类型和规模的图数据，还提高了图的表达能力。因此，GAT 被广泛应用于节点分类、图分类、连接预测、社区检测和推荐系统中，并在各种应用上都表现出色。

6. GGNN (Gated Graph Neural Network)

GGNN 是一种基于 GNN 模型[1]并引入了门控机制的图结构循环神经网络，该结构在处理动态图和时序数据方面表现出卓越的性能，相对于纯粹基于序列的模型（如 LSTM）具有更有利的归纳偏差[5]。以下是对门控机制的解释：

- **更新门。**GGNN 使用更新门来控制每个节点对其状态的更新程度，该门控制了新的信息何时被整合到节点的状态中。
- **重置门。**通过重置门，GGNN 能够决定哪些先前的状态信息应该被遗忘或重置，以便更好地适应新的输入。
- **隐藏状态更新。**基于门控机制的计算，GGNN 对节点的隐藏状态进行迭代更新，有效地捕捉节点状态的演变过程。

GGNN 的门控机制使其能够有效处理动态图，因为门控机制允许模型灵活地调整节点状态，以适应图结构的变化。因此，该模型非常适用于对时序数据进

行建模，通过门控机制，模型能够在不同时间步中适当地更新和遗忘信息，捕捉时序数据中的长期依赖关系。对于序列预测任务，如预测图中节点的未来状态，门控机制允许模型自适应地调整对历史信息关注程度，有助于提高预测性能。具体而言，在更新步骤中，GGNN 采用门控循环单元 GRU：

$$\text{聚合: } n_v^{(l)} = \frac{1}{|N_v|} \sum_{j \in N_v} h_j^{(l)}$$

$$\text{更新: } h_v^{(l+1)} = \text{GRU}(h_v^{(l)}, n_v^{(l)})$$

GGNN 在所有节点上多次执行循环函数，这使得其在应用于大型图时面临着可扩展性问题。虽然有着这一问题，但是 GGNN 以其独特机制依旧在社交网络分析、交通流预测、分子结构预测和时序数据挖掘等应用领域中占有一席之地。

7. HGNN (Heterogeneous Graph Neural Network)

HGNN 是一种用于数据表示学习的超图神经网络框架，可以在超图结构中编码高阶数据相关性，并在处理复杂数据和异构图的神经网络中表现出优越性。在这种方法中，HGNN 使用了一种超边卷积操作，用于在表示学习期间处理数据相关性。通过这种方式，传统的超图学习过程可以有效地使用超边卷积操作进行。HGNN 能够学习考虑高阶数据结构的隐藏层表示，使得其成为一个考虑复杂数据相关性的通用框架[6]。

所谓超边卷积操作，是一种处理超图中的高阶数据相关性的 HGNN 操作。在传统的 GNN 中，卷积操作通常是在图的边上进行的，而在超图中，存在超边连接多个节点，因此需要一种适应超图结构的卷积操作。超边卷积操作是为了有效地捕捉和利用超图中的高阶关系而设计的。具体来说，超边卷积操作的步骤包括：

- **超边邻居的聚合。**对于每个超边，将其连接的所有节点的特征进行聚合。这一步旨在捕捉超边连接的节点之间的高阶关系。
 - **超边权重计算。**计算超边内各节点的权重，以反映其对超边表示的贡献。这可以通过学习得到，通常使用注意力机制或其他权重分配策略。
 - **超边信息更新。**使用计算得到的超边权重，对超边的表示进行更新。这一步可以通过对超边聚合的结果进行加权求和来实现。
 - **节点表示更新。**基于更新后的超边信息，更新连接到超边的节点的表示。这一步可以通过将超边的信息传递给连接的节点，并进行适当的汇聚操作。
- 超边卷积层的表达式如下：

$$\text{聚合: } N^{(l)} = D_v^{-\frac{1}{2}} E W^0 \tilde{D}_e^{-1} E^T D_v^{-\frac{1}{2}} H^{(l)}$$

$$\text{更新: } H^{(l+1)} = \delta(W^{(l)} N^{(l)})$$

式中， $\delta(\cdot)$ 为非线性激活函数， $W^{(l)}$ 为第 l 层的可学习变换矩阵， E 为超图邻接矩阵 D_e 和 D_v 分别表示边度和顶点度的对角矩阵。

超边卷积操作的关键在于它允许模型在表示学习过程中有效地捕捉和传播超图中的高阶数据相关性。这对于处理多模态数据或包含复杂关联关系的数据非常有用。在超图神经网络中，超边卷积操作是一种有效的机制，能够更全面地考虑超图中节点之间的复杂关系，提高模型的表达能力，使得其在推荐系统、知识

图谱、生物信息学、社交网络分析和电商平台等领域得到应用，为复杂关系网络的建模和分析提供了有效的解决方案。

8. 未来研究方向

GNN 已经证明了自己针对图结构数据处理上的强大性能，然而随着应用场景的不断拓展和实际问题的进一步复杂化，GNN 仍然面临着一系列挑战。通过学习总结，我认为未来的研究方向将集中在以下几个关键问题：

- **可解释性。**当前，许多 GNN 模型在处理图数据时表现出色，但其黑盒性质限制了研究人员对模型决策过程的理解。未来的研究将着眼于设计更可解释的 GNN 模型，以揭示模型对图数据进行学习的内在机制，提高决策的透明度和可信度。
- **大规模图数据处理时的可扩展性。**随着图数据规模的增长，现有的 GNN 模型可能面临计算和存储方面的挑战。未来的研究将致力于设计更具扩展性的 GNN 算法和模型，以适应大规模图数据的处理需求，并确保在保持高效性能的同时维持可扩展性。
- **异构图数据处理。**现实中的数据通常包含多种类型的节点和边，而当前大部分 GNN 模型主要关注同构图。未来的研究将探索更有效的方法，使 GNN 能够更好地适应异构图结构，更好地整合多源信息，提升模型在真实场景中的适用性。
- **泛化性能。**尽管 GNN 在训练集上表现良好，但在未见过的图数据上的泛化性能仍然是一个挑战。未来的研究将探索提高 GNN 泛化性能的方法，例如通过引入更强大的正则化策略、迁移学习等手段，使模型更好地适应不同的图结构。
- **交叉变体比较研究。**近年来 GNN 的众多变体不断涌现，但在不同应用场景下，哪种模型更适用仍然是一个开放性问题。未来的研究将深入探讨这些变体在可解释性、扩展性、泛化性能等关键问题上的异同，为不同领域的研究者提供更有针对性的选择指南。

9. 总结

图神经网络的出现标志着图结构数据建模与深度学习相结合的重大进步，为处理复杂关系和网络结构提供了强大的工具。通过对 GNN 以及其主要变体包括 GCN、GraphSAGE、GAT、GGNN 和 HGNN 的详细探讨，我深入了解了它们各自的优势、局限性以及在不同应用场景中的应用。GNN 模型在社交网络、推荐系统、生物信息学、知识图谱等领域取得了显著的成就，为数据建模和分析提供了新的角度。然而，我也在当前研究中发现了一些挑战，如可解释性、扩展性、异构图数据处理和泛化性能等问题，这些问题需要进一步的研究和创新。

尽管图神经网络取得了许多成功，但仍然有待深入挖掘其潜在的研究空间。相信研究人员在未来的工作中能够更深入地研究这些模型，通过创新性的方法和技术来解决当前领域面临的挑战。在提高模型的可解释性方面，可以尝试引入可解释的注意力机制或开展更深入的解释性研究。在提升模型扩展性方面，可以探索更高效的图神经网络结构或引入分布式计算策略。比如对于异构图数据的处理，可以研究更灵活的模型结构，以更好地整合不同类型节点和边的信息。同时，提

高泛化性能可以通过引入更强大的迁移学习策略或设计更智能的正则化方法来实现。

参考文献

- [1] Franco S ,Marco G ,Chung A T , et al.The graph neural network model.[J].IEEE transactions on neural networks,2009,20(1):61-80.
- [2] KIPF T, WELLING M. Semi-Supervised Classification with Graph Convolutional Networks[J]. arXiv: Learning,arXiv: Learning, 2016.
- [3] HAMILTON WilliamL, YING Z, LESKOVEC J. Inductive Representation Learning on Large Graphs[J]. Neural Information Processing Systems,Neural Information Processing Systems, 2017.
- [4] LIU Z, ZHOU J. Graph Attention Networks[M/OL]//Synthesis Lectures on Artificial Intelligence and Machine Learning,Introduction to Graph Neural Networks,2020: 39-41.
- [5] LI Y, ZEMEL R, BROCKSCHMIDT M, et al. GATED GRAPH SEQUENCE NEURAL NETWORKS[J].
- [6] FENG Y, YOU H, ZHANG Z, et al. Hypergraph Neural Networks[J/OL]. Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence, 2019: 3558-3565.
- [7] WU Z, PAN S, CHEN F, et al. A Comprehensive Survey on Graph Neural Networks[J/OL]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2021: 4-24.
- [8] SPERDUTI A, STARITA A. Supervised neural networks for the classification of structures[J/OL]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1997: 714-735.
- [9] GORI M, MONFARDINI G, SCARSELLI F. A new model for learning in graph domains[C/OL]//Proceedings. 2005 IEEE International Joint Conference on Neural Networks, 2005. 2006.
- [10] WU S, SUN F, ZHANG W, et al. Graph Neural Networks in Recommender Systems: A Survey[J/OL]. ACM Computing Surveys, 2023: 1-37.